

改进的灰色模型在高铁沉降预测中的应用研究

夏力*

(漳州市测绘设计研究院, 福建 漳州 363000)

摘要: 高速铁路沉降观测中, 野外测量实际采集的数据由于受各种客观条件的限制会导致灰色预测模型的预测精度往往较差。而灰色模型的预测精度不光与模型的算法有关, 还与原始数据的光滑度成正比。本文通过改善原始数据序列的光滑度, 来提高灰色模型预测的精度。

关键词: 高速铁路; 灰色模型; 等间隔灰色模型

1 引言

近年来, 随着我国高速铁路事业的蓬勃发展, 高速铁路在日常交通工具中扮演着越来越重要的角色。如何保障高速列车运行的安全性和舒适性成了高速铁路修建的关键技术。为达到这些要求, 就需要高速铁路具有较高的平顺性和较小的线下工程工后沉降。同时, 为了满足高速铁路平顺性和无砟轨道铺设的相关要求, 就需要开展线下工程的变形监测工作, 实时监测线下基础的沉降变形情况, 准确预测线下工程工后沉降, 确定无砟轨道铺设时间。本文主要研究了灰色系统理论在高速铁路变形监测中的应用情况, 提出了一种通过改善原始数据序列光滑度的方法, 针对等间隔的数据序列分别采用本文改进灰色模型和传统灰色模型进行预测分析, 验证该方法的优劣。

2 预测模型的精度检验

目前对灰色模型预测或者拟合精度的评定主要有三种方法, 分别是: 残差检验法、后验差检验法和关联度检验法^[1]。残差检验法是根据模型拟合值与实际观测值的误差进行逐点检验; 后验差检验法是对残差分布的统计特性进行检验, 它是由后验差比值 C 和小误差概率 P 共同确定的; 关联度检验法是研究模型拟合值与建模序列曲线的相似程度。本文采用的是后验差检验法对灰色模型进行预测^[2]。

3 本文改进的灰色模型

3.1 基于含参二次函数 - 对数函数提高数据序列光滑度的方法

光滑离散函数的充要条件^[3]是: $\forall \varepsilon > 0, k > k_0$, 当

$k > k_0$ 时, 成立

$$\frac{x^{(0)}(k)}{\sum_{i=1}^{k-1} x^{(0)}(i)} = \frac{x^{(0)}(k)}{x^{(1)}(k-1)} < \varepsilon \quad (1)$$

一般情况下, $\frac{x^{(0)}(k)}{\sum_{i=1}^{k-1} x^{(0)}(i)}$ 表现为递减的数列, 其递

减的程度反映了数列 $X^{(0)}$ 的离散光滑性。递减的程度越大, 说明数列的光滑性越好, 光滑性越好, 灰色模型预测的精度就会越高^[4]。

3.2 基于含参二次函数 - 对数函数的改进灰色模型建模步骤

初始数据序列的光滑度越高, 灰色模型预测的精度也会越高。文中从光滑离散函数的性质和概念出发, 在研究前人改进算法的基础上, 提出了一种基于含参二次函数 - 对数函数变换提高灰色模型预测精度的方法, 该变换函数首先是对初始序列做一次简单的二次曲线变换, 然后再对变换后的数列取对数, 最后使用传统的灰色模型预测方法对其进行灰色模型预测和逆函数式变换还原。

首先, 使用函数式 $y = \ln [c(x^{(0)}(k))^2 + d]$ 对原始数据序列 $\{x^{(0)}(k)\}$ 做一次函数变换, 生成一个新的数据序列, 把它记为: $\{y^{(0)}(k)\} (k = 1, 2, \dots, n)$ 。

然后, 把新生成的数据序列 $\{y^{(0)}(k)\} (k = 1, 2, \dots, n)$ 作为初始数据序列, 使用传统的 GM(1, 1) 模型^[5] 对其进行灰色模型的建模和预测, 得到的预测结果为:

$$\hat{y}^{(0)}(1) = y^{(0)}(1) = \ln [c(x^{(0)}(1))^2 + d] \quad (2)$$

$$\hat{y}^{(0)}(k) = (1 - e^a) \left(y^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-a(k-1)}, k = 2, 3, \dots$$

(3)

* 收稿日期: 2015-05-02

作者简介: 夏力(1988-), 男, 助理工程师, 主要从事工程测量方面的工作。

最后,把预测结果 $\hat{y}^{(0)}(k)$ 带入到函数变换式 $y = \ln [c(x^{(0)}(k)^2 + d)]$ 中,进行一次逆变换处理求出式中的 $\hat{x}^{(0)}(k)$,具体的含参函数的改进灰色模型预测公式为:

$$\hat{x}^{(0)}(1) = x^{(0)}(1) \tag{4}$$

$$\hat{x}^{(0)}(k) = \sqrt{\frac{e^{(1-e^a)\{\ln[c(x^{(0)}(1))^2 + d] - b/a\}e^{-a(k-1)}} - d}{c}},$$

$$k = 1, 2, \dots \tag{5}$$

4 改进的灰色模型在高铁沉降预测中的应用研究

下面以京沪高速铁路实测 DK1137 + 286 断面和 DK1137 + 711 断面原始数据为例来说明改进灰色模型在高铁沉降预测中的应用。

4.1 断面 DK1137 + 286 的模型静态预测

取 DK1137 + 286 数据累计沉降量作为初始数据序列,且暂不考虑时间间隔对灰色模型的影响,所有的数据都被看做是等间隔的数据序列,按等间隔进行模型预测。现选取第 20 期 ~ 第 43 期数据中的“累计沉降(mm)”作为初始数据序列,分别使用传统的灰色模型和本文改进的灰色模型进行静态预测。具体建模过程如下所示:

(1) 采用传统的灰色模型进行预测,则灰色预测模型的初始数据序列为:

$$X^{(0)}(i) = \{ 1.77, 2.03, 1.83, 1.78, 2.57, 3.02, 2.87, 3.04, 2.88, 3.15, 2.86, 3.11, 2.94, 3.25, 2.88,$$

2.73, 3.04, 3.21, 2.94, 2.85, 3.17, 3.03, 3.28, 3.09\}

使用该组数据建立的 GM(1,1) 模型为:

$$\hat{x}^{(1)}(i+1) = (177.248086)e^{0.013689i} - 175.478086$$

再进行累减还原的预测式为:

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k)$$

将 k 值代入上式中便可得灰色模型的预测结果。

(2) 采用本文改进的灰色模型对原始数据进行预测,首先是对初始数据序列做数学变换,通过提高初始数据序列的光滑度,从而达到提高模型预测的精度目的。由于预测的结果和式中参数 c, d 有关^[6,7],在经过试探后发现,当 $c = 10, d = 90\ 000$ 时,改进的灰色模型预测的精度较高。本文改进的灰色模型具体建立过程如下所示:

初始数据序列作变换后,得到一个新的关于原始数据的函数关系式:

$$Y^{(0)}(i) = \ln(10X^{(0)}(i) + 90000)$$

将新建立的数据序列进行传统的灰色模型建模得:

$$\hat{y}^{(0)}(i) = 5550728.046 \times e^{2.055 \times 10^{-6}i} - 5550717$$

经过累减还原,最后得到拟合函数:

$$\hat{x}^{(0)}(i) = \sqrt{\frac{(e^{\hat{y}^{(0)}(i)} - 90000)}{10}}.$$

将 $i = 1, 2, 3 \dots$ 带入上式中,则可求出改进后的灰色模型预测值。

(3) 断面 DK1137 + 286 数据静态预测模型对比分析,具体结果如表 1 所示。

DK1137 + 286 断面的传统灰色模型与改进的灰色模型预测结果统计表

表 1

观测期次	实测值 /mm	GM(1,1) 预测 /mm	改进 GM(1,1) (c=10, d=90 000) /mm	残差值 /mm		相对误差 /%	
				GM(1,1)	改进 GM(1,1)	GM(1,1)	改进 GM(1,1)
20	1.77	1.770	1.770	0.000	0.000	0.0	0.0
21	2.03	2.443	2.443	-0.413	-0.413	-20.3	-20.3
22	1.83	2.477	2.486	-0.647	-0.656	-35.3	-35.8
23	1.78	2.511	2.528	-0.731	-0.748	-41.1	-42.0
24	2.57	2.545	2.569	0.025	0.001	1.0	0.0
25	3.02	2.580	2.610	0.440	0.410	14.6	13.6
26	2.87	2.616	2.650	0.254	0.220	8.9	7.7
27	3.04	2.652	2.690	0.388	0.350	12.8	11.5
28	2.88	2.689	2.729	0.191	0.151	6.6	5.3
29	3.15	2.726	2.767	0.424	0.383	13.5	12.2
30	2.86	2.763	2.805	0.097	0.055	3.4	1.9
31	3.11	2.801	2.843	0.309	0.267	9.9	8.6
32	2.94	2.840	2.879	0.100	0.061	3.4	2.1
33	3.25	2.879	2.916	0.371	0.334	11.4	10.3
34	2.88	2.919	2.952	-0.039	-0.072	-1.3	-2.5
35	2.73	2.959	2.987	-0.229	-0.257	-8.4	-9.4
36	3.04	3.000	3.023	0.040	0.017	1.3	0.6
37	3.21	3.041	3.057	0.169	0.153	5.3	4.8
38	2.94	3.083	3.092	-0.143	-0.152	-4.9	-5.2
39	2.85	3.126	3.126	-0.276	-0.276	-9.7	-9.7
40	3.17	3.169	3.159	0.001	0.011	0.0	0.3

续表 1

41	3.03	3.212	3.193	-0.182	-0.163	-6.0	-5.4
42	3.28	3.257	3.226	0.023	0.054	0.7	1.7
43	3.09	3.301	3.258	-0.211	-0.168	-6.8	-5.4
44	2.95	3.347	3.290	-0.397	-0.340	-13.5	-11.5
45	3.21	3.393	3.322	-0.183	-0.112	-5.7	-3.5

注:第 21 期~第 43 期数据为拟合值;第 44 期~第 45 期数据为预测值。

根据表 1 可以看出,在静态预测模型中,改进的灰色模型残差值相对较小,预测精度也要高一点。另外,两种模型预测的第 44 期~第 45 期数据与实测的差值都较小,预测结果基本都能够与实测数据吻合,但是,本文改进的灰色模型在静态方面预测结果比传统的灰色模型的预测结果更加接近于实测值。

4.2 断面 DK1137 + 711 的模型动态预测

(1) 取断面里程 DK1137 + 711 中第 10 期~第 30 期的累计沉降数据作为模型预测的初始数据,进行动态模型预测第 31 期~第 32 期的数据,并与实测值进行比较分析并得出相应的结论。在进行模型预测时,

暂不考虑非等间隔数据对预测结果的影响,所有的数据都被看着是等间隔的。模型在进行动态预测时,每次预测的序列长度 K 值固定不变且只向前预测一个值,当预测使用的数据序列超出原始数据序列时,每次预测的结果将补充到原始数据序列中,然后再进行下一次预测,如此循环预测,每预测一次,预测值增加一个,当预测至规定的结果时,预测结束。

(2) 利用上述步骤对断面 DK1137 + 711 第 10 期~第 30 期的累计沉降数据作为模型预测的初始数据,对第 31 期~第 32 期的数据进行动态预测,其结果如表 2 所示:

基于等间隔数据的动态灰色模型与改进灰色模型预测结果统计表

表 2

观测期次	实测值/mm	GM(1,1)预测/mm	改进 GM(1,1) (c=100, d=2000)/mm	残差值/mm		相对误差/%	
				GM(1,1)	改进 GM(1,1)	GM(1,1)	改进 GM(1,1)
10	1.69	1.69	1.69	0.00	0.00	0.00	0.00
11	1.85	1.81	1.81	0.04	0.04	2.16	2.16
12	1.91	1.84	1.85	0.07	0.06	3.66	3.14
13	1.77	1.88	1.88	-0.11	-0.11	-6.21	-6.21
14	1.84	1.91	1.91	-0.07	-0.07	-3.80	-3.80
15	1.96	1.95	1.95	0.01	0.01	0.51	0.51
16	2.04	1.98	1.98	0.06	0.06	2.94	2.94
17	1.89	2.02	2.01	-0.13	-0.12	-6.88	-6.35
18	1.68	1.99	1.98	-0.31	-0.30	-18.45	-17.86
19	1.89	1.84	1.85	0.05	0.04	2.65	2.12
20	1.77	1.81	1.81	-0.04	-0.04	-2.26	-2.26
21	2.03	1.71	1.71	0.32	0.32	15.76	15.76
22	1.83	1.86	1.85	-0.03	-0.02	-1.64	-1.09
23	1.78	1.91	1.91	-0.13	-0.13	-7.30	-7.30
24	2.57	1.89	1.89	0.68	0.68	26.46	26.46
25	3.02	2.34	2.32	0.68	0.70	22.52	23.18
26	2.87	3.13	2.95	-0.26	-0.08	-9.06	-2.79
27	3.04	3.35	3.18	-0.31	-0.14	-10.20	-4.61
28	2.88	3.59	3.43	-0.71	-0.55	-24.65	-19.10
29	3.15	3.37	3.32	-0.22	-0.17	-6.98	-5.40
30	2.86	3.19	3.18	-0.33	-0.32	-11.54	-11.19
31	3.11	2.96	3.02	0.15	0.09	4.82	2.89
32	2.94	2.98	2.96	-0.04	-0.02	-1.36	-0.68

注:第 11 期~第 30 期数据为拟合值;第 31 期~第 32 期数据为预测值。

由表 2 可以看出,在动态灰色预测模型中,改进的灰色模型残差值比传统灰色模型小,两种模型预测的第 31 期~第 32 期数据与实测的差值也都较小,预测结果都比较好,但本文改进的灰色模型预测结果比传统的灰色模型的预测结果更加接近于实测值。因

此,通过改进后的灰色预测模型在动态预测方面也要好于传统的灰色模型。

4.3 基于等间隔数据的改进灰色模型和传统灰色模型精度评定分析

表 3 综合了断面 DK1137 + 286 表 4 - 1 和断面

DK1137 + 71 表 2 所选数据在改进灰色模型和传统灰色模型中静态、动态对比后得出的各精度评定分析结果。我们可以看出断面 DK1137 + 286 数据中第 20 期 ~ 第 43 期数据中, 本文改进的静态灰色模型与传统的静态灰色模型相比模型预测的精度提高了 0.58 个百分点, 后验方差的比值 C 低了 0.17, 小概率误差 P 相等。断面 DK1137 + 711 第 10 期 ~ 第 30 期数据中, 本文改进的动态灰色模型与传统的动态灰色模型相比模型预测的精度提高了 0.81 个百分点, 后验方差的比值 C 低了 0.04, 小概率误差 P 提高了 4.34。综上所述, 本文改进的灰色模型预测效果要好于传统的灰色预测模型。

基于等间隔数据的改进灰色模型和传统灰色模型精度评定分析 表 3

灰色预测模型	传统静态灰色模型	改进静态灰色模型	传统动态灰色模型	改进动态灰色模型
		($c = 100, d = 9\ 000$)	($k = 7$)	($k = 7$)
平均相对误差/%	9.83	9.24	8.33	7.52
模型精度为/%	90.17	90.75	91.67	92.48
小误差概率 P /%	92.3	92.3	86.96	91.3
均方差比值 C	0.77	0.65	0.54	0.5

5 结 语

本文从理论出发, 通过重新建模改善原始数据序列的光滑度, 采用京沪高速铁路实际测量的原始数据, 分别用改进的灰色模型和传统的灰色模型进行预测。结果表明, 改进后的灰色模型不管是动态还是静态预测, 其预测值都更加接近于实测值。

参考文献

- [1] 刘思峰, 谢乃明. 灰色系统理论及其应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2004: 127.
- [2] 黄声亨, 尹晖, 蒋征. 变形监测数据处理 [M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2003: 35 ~ 37.
- [3] Deng J. L. Modeling of the GM model of grey system [J]. In: Grey System, China Ocean Press, 1988: 40 ~ 53.
- [4] 姜鹏, 张德军. 灰色理论在路基沉降预测中的应用及其改进 [J]. 山西建筑, 2007(19): 261 ~ 262.
- [5] 邓聚龙. 灰色理论基础 [M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002: 13.
- [6] Stevens W. Advanced Programming in the UNJX Environment [M]. Addison Wesley Publishing Company, 1992: 51.
- [7] 铁道科学研究院高速铁路技术研究总体组. 高速铁路技术 [M]. 北京: 中国铁道出版社, 2005: 17.

Study of the Implementation of Improved Grey Model in High-speed Railway of Settlement Prediction

Xia Li

(Zhangzhou Geomatic Institution, Zhangzhou 363000, China)

Abstract: Observation in the High-speed railway settlement, The actual data in the field measurement collected by the objective constraints will lead to the prediction accuracy of gray prediction model is often poor. The gray prediction accuracy is not only related to the model algorithm, but also proportional to the smoothness of the original data. In this paper, by improving the smoothness of the original data sequence, to improve the prediction accuracy of the gray model.

Key words: high-speed rail; gray model; interval gray model

(上接第 140 页)

Discussion on Control and Implementation of Breakthrough Survey Error in Metro Shield Tunnels

Liu Pengcheng, Dai Jianqing

(Changsha Planning Survey & Investigation & Design Institute, Changsha 410007, China)

Abstract: The control of lateral breakthrough error is a difficult problem in metro construction survey. Taking a section in the Metro Line #1's first phase project of a certain city for an example, error distribution and accuracy estimation of breakthrough survey was analyzed, and then different implementing schemes in various lengths of metro tunnel shield projects summarized. Some suggestions on metro shield tunnels breakthrough survey were finally proposed, providing technical and practical experience for the further metro construction survey as reference.

Key words: breakthrough survey; lateral breakthrough error; underground control network; gyro-orientational line; single orientation traverse method